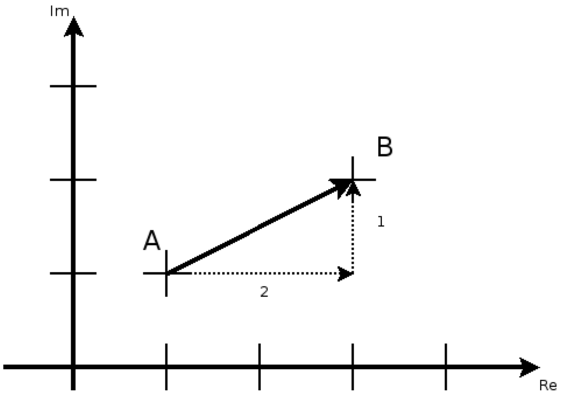
Nombre complexe

Affixe d'un vecteur

$z_{\vec{AB}}=z_B-z_A$

<u>exemple</u> : soit deux points A et B d'affixe $z_A=1+i$ *et* $z_B=3+2\mathrm{i}$ *. Le vecteur* $\vec{AB}$ *a pour affixe :*
$z_{\vec{AB}}=3+2\mathrm{i}-(1+i)=3+2\mathrm{i}-1-i=2+i$



Distance - Module

Le module correspond à une distance
$AB=|z_B-z_A|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

<u>exemple</u> : soit deux points A et B d'affixe $z_A=2+i$ *et* $z_B=3-2\mathrm{i}$ *. La distance AB est donnée par :*
$AB=|z_B-z_A|=|3-2\mathrm{i}-(2+i)|=|3-2\mathrm{i}-2-i|$
$|z_B-z_A|=|1-3\mathrm{i}|=\sqrt{1^2+(-3)^2}=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$

Les différentes formes

Forme algébrique : $z=x+i\,y$

Forme trigonométrique : $z=|z|(\cos\theta+i\sin\theta)$

Forme exponentielle : $z=|z|e^{i\theta}$

Passage forme algébrique à trigonométrique

$$\begin{cases}\cos\theta=\dfrac{x}{|z|}\\ \sin\theta=\dfrac{y}{|z|}\end{cases}$$

<u>Exemple :</u> donner la forme trigonométrique et exponentielle du nombre complexe d'affixe $z=\sqrt{3}+i$

$|z|=\sqrt{\sqrt{3}^2+1^2}=\sqrt{4}=2$ *donc*

$$\begin{cases}\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\ \sin\theta=\dfrac{1}{2}\end{cases}\quad \textit{donc}\quad \theta=\frac{\pi}{6}$$

$$z=2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)=2e^{i\frac{\pi}{6}}$$

Conjuguée

Si $z=x+iy$ son conjuguée a pour affixe $\bar{z}=x-iy$

Équation du second degré

$a\,z^2+bz+c=0$

si $\Delta<0$ alors deux solutions complexes
$z_1=\dfrac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $z_2=\dfrac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$

Équation du cercle

$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

Cercle de centre $\Omega(a\,;b)$ et de rayon R

<u>exemple :</u> déterminer l'ensemble des points M vérifiant l'équation $x^2+4x+y^2=0$.
On sait que $x^2+4x=(x+2)^2-4$ *donc*
$(x+2)^2-4+y^2=0 \Leftrightarrow (x+2)^2+y^2=2^2$
L'ensemble des points M est donc le cercle de centre $\Omega(-2\,;0)$ *et de rayon* $R=2$

Ensemble des points

Si $\Omega M=2$ alors l'ensemble des points M décrit le cercle de centre Ω et de rayon 2.

Si $\dfrac{AM}{BM}=1$ alors l'ensemble des points M est situé sur la médiatrice de $[AB]$
<u>exemple :</u>

Donner l'ensemble des points M tels que $\dfrac{|z+1|}{|z-(2+i)|}=1$.

Définissons les points A et B d'affixe $z_A=-1$ *et* $z_B=2+i$ *alors l'expression est équivalente à* $\dfrac{AM}{BM}=1$

L'ensemble des points M est donc la médiatrice de $[AB]$ *avec* $A(-1\,;0)$ *et* $B(2\,;1)$.

Points invariants

On pose $z'=z$

Arguments

$arg(a\,b)=arg(a)+arg(b)$
$arg\left(\dfrac{a}{b}\right)=arg(a)-arg(b)$

<u>exemple :</u> donner l'argument du nombre complexe $z=-2e^{i\frac{\pi}{3}}$

$$arg\,z=arg(-2)+arg(e^{i\frac{\pi}{3}})=\pi+\frac{\pi}{3}=\frac{4\pi}{3}$$

Notation exponentielle

$e^{i\theta}=\cos(\theta)+i\sin(\theta)$

<u>exemple :</u> Donner la forme algébrique de $z=e^{i\frac{\pi}{4}}$
$z=\cos(\frac{\pi}{4})+i\sin(\frac{\pi}{4})=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+i\dfrac{\sqrt{2}}{2}$